

**ВСЕРОССИЙСКАЯ МАТЕМАТИЧЕСКАЯ ОЛИМПИАДА
II (МУНИЦИПАЛЬНЫЙ) ЭТАП (10 класс)**

10.1. Изначально на доске записано единственное число 2023. Каждую минуту Вася меняет число X на доске на сумму X и остатка X при делении на 28 (например, из числа 30 Вася получит 32). Какое число будет записано на доске через час?

10.2. Числа a, b и c удовлетворяют условиям $a + b - c = 2$ и $2ab - c^2 = 4$. Докажите, что $a = b = c$.

10.3. Изначально дан ряд чисел $1, \frac{1}{2}, \frac{1}{3}, \frac{1}{4}, \dots, \frac{1}{2024}$.

Разрешается брать любые два числа x и y и заменять их на число равное $x + y + xy$, пока в этом ряду не менее двух чисел. В результате после выполнения всех замен останется одно число. Какое?

10.4. Касательные к описанной окружности треугольника ABC в точках B и C пересекаются в точке T . Из точки T на продолжения сторон AB и AC опущены перпендикуляры TD и TE соответственно. Пусть M – середина стороны BC . Докажите, что AM и DE перпендикулярны.

10.5. Пусть $f(x)$ — многочлен с целыми коэффициентами и $f(0) = 2$. Для какого наибольшего количества $k = 1, 2, \dots, 100$ может оказаться, что $f(k)$ делится на 8?

**ВСЕРОССИЙСКАЯ МАТЕМАТИЧЕСКАЯ ОЛИМПИАДА
II (МУНИЦИПАЛЬНЫЙ) ЭТАП (10 класс)**

10.1. Изначально на доске записано единственное число 2023. Каждую минуту Вася меняет число X на доске на сумму X и остатка X при делении на 28 (например, из числа 30 Вася получит 32). Какое число будет записано на доске через час?

10.2. Числа a, b и c удовлетворяют условиям $a + b - c = 2$ и $2ab - c^2 = 4$. Докажите, что $a = b = c$.

10.3. Изначально дан ряд чисел $1, \frac{1}{2}, \frac{1}{3}, \frac{1}{4}, \dots, \frac{1}{2024}$.

Разрешается брать любые два числа x и y и заменять их на число равное $x + y + xy$, пока в этом ряду не менее двух чисел. В результате после выполнения всех замен останется одно число. Какое?

10.4. Касательные к описанной окружности треугольника ABC в точках B и C пересекаются в точке T . Из точки T на продолжения сторон AB и AC опущены перпендикуляры TD и TE соответственно. Пусть M – середина стороны BC . Докажите, что AM и DE перпендикулярны.

10.5. Пусть $f(x)$ — многочлен с целыми коэффициентами и $f(0) = 2$. Для какого наибольшего количества $k = 1, 2, \dots, 100$ может оказаться, что $f(k)$ делится на 8?